Translation of Stimulating student learning Open-Ended Questions : R.Athmaraman From Azim premji University At Right Angles_ December, 2012

विद्यार्थियों के सीखने को प्रोत्साहित करना

खुले प्रश्न

अपसारी चिन्तन (divergent thinking) को बढ़ावा देने हेतु कक्षा में इस्तेमाल की जा सकने वाली एक योजना

आर. आत्मारमन

क्या कक्षा में पूछे गए किसी सवाल का सटीक जवाब देने के अनुभव से बेहतर कुछ और हो सकता है? यह लेख यह बताता है कि किस तरह खुले प्रश्नों (open-ended questions) के ज़रिए किसी अवधारणा का अध्ययन करने और उसकी पड़ताल करने के मौक़े देने से विद्यार्थियों को अपनी समझ बनाने के विभिन्न रास्ते मिलते हैं। साथ ही यह मिथक भी टूटता है कि गणित में सफलता का सबसे छोटा रास्ता 'सही जवाब' है।

लेखक का मोबाइल जब भी अनलॉक होता है, तो स्क्रीन पर एक सवाल आता है, "आज आप कैसे हैं?" यह सवाल *खुले प्रश्न* के सबसे सरल उदाहरणों में से एक है। हम ऐसे ही कई अन्य उदाहरणों के बारे में सोच सकते हैं, जैसे कि "इस लेख को पढ़ने के बाद आपने क्या अनुभव किया?", "कल की गणित की कक्षा कितनी रोचक थी?" यह सवाल उन सवालों से एकदम उलट हैं जिन्हें *"बन्द प्रश्नों"* के रूप में जाना जाता है। उदाहरण के लिए "आपने जो रेशम की साड़ी कल ख़रीदी थी, वह कौन-से रंग की है?", "आपके वेतन में कितना इज़ाफ़ा हुआ?"

खुले प्रश्न एक गणित-शिक्षक के लिए कई प्रकार से लाभकारी हैं। इनका एक लाभ यह है कि यह सवाल विद्यार्थियों को विस्तारपूर्वक अपनी बात कहने और अपने आप को व्यक्त करने के लिए प्रोत्साहित करते हैं, जो पारम्परिक शिक्षण में देखने को नहीं मिलता। इस बात को हम सात वर्षीय विद्यार्थी से पूछे जाने वाले एक प्रश्न के छोटे-से उदाहरण के ज़रिए स्पष्ट करते हैं।

शिक्षक A : 7 और 6 का योगफल क्या होता है?

शिक्षार्थी : 13 ।

यह एक विशिष्ट प्रश्न है और इसका जवाब देने वाले को सिर्फ़ एक 'तथ्य' बताना है। सवाल सीधा है और जवाब सरल और उम्मीद के मुताबिक़ है। असल में, शिक्षक A अप्रत्यक्ष रूप से शिक्षार्थी के जवाब को नियंत्रित करता है। इस प्रकार का प्रश्न बन्द प्रश्न है।

अब, शिक्षक B की बात करते हैं जो इसी तथ्य को अलग ढंग से उपयोग करता है।

शिक्षक B : ऐसी दो संख्याएँ बताओ जिनका योगफल 13 है।

इस सवाल से सही और तर्कपूर्ण जवाबों का संकलन प्राप्त होता है। हो सकता है कि किसी शिक्षार्थी का जवाब 9+4 हो और यह जवाब अन्य शिक्षार्थियों के बीच उत्कृष्ट विचार-विमर्श का कारण बने। उत्साहपूर्वक वे ऐसी संख्याओं की और भी जोड़ियाँ बताते हैं जिनका योगफल 13 होता है। यही प्रश्न किसी 12 वर्षीय से पूछने पर जवाब अलग क़िस्म का हो सकता है। विद्यार्थी का जवाब 5.6+7.4 या $2^3 + \sqrt{25}$ भी हो सकता है। अक्सर आप इस तरह की स्थिति में शिक्षार्थियों को अपनी धारणा, समझ और जागरूकता प्रदर्शित करने के लिए एक-दूसरे के साथ प्रतिस्पर्धा करते हुए देख सकते हैं। इन नौसिखियों द्वारा बहुत सारे 'क्यों' और 'कैसे' वाले प्रश्न पूछे जाते हैं। यह पूछताछ विद्यार्थियों को अपनी समझ और धारणाओं का गहराई से अवलोकन करने के लिए प्रेरित करती है। कारण यह है कि यह एक खुला प्रश्न है। बन्द प्रश्न द्वारा उत्पन्न स्थिति से उलट यह प्रश्न विद्यार्थी के सामने एक चुनौतीपूर्ण स्थिति रखता है और इस तरह से विद्यार्थी का अपने जवाब पर नियंत्रण होता है।

एक साहसी शिक्षक अवधारणाओं को समझाने या उनसे परिचय कराने और विद्यार्थियों को प्रेरित करने के लिए पर्याप्त मात्रा में खुले प्रश्नों का उपयोग करेगा। इस प्रकार के सवाल *अपसारी* और *विचारशील चिन्तन* (Reflective Thinking) को बढ़ावा देते हैं। जब इन्हें गणित की कक्षा में उपयोग किया जाता है, तब शिक्षक तरह-तरह के जवाब पाने की उम्मीद कर सकता है और इस प्रकार से विद्यार्थियों के सामने क्रमिक संज्ञानात्मक प्रश्न रख सकता है। यह प्रश्न गणित की समझ बनाने के लिए विद्यार्थियों को साथ मिलकर काम करने और विचार-विमर्श करने में मदद करते हैं।

शिक्षार्थी बुनियादी अवधारणाओं को परिभाषित करने वाली विशेषताओं को पहचानते हैं, विभिन्न विचारों पर चर्चा करते हैं, गणितीय रूप से तर्क करते हैं और अनुमान लगाने, आविष्कार करने और सवालों को हल करने के लिए ख़ुद को तैयार करते हैं।

गणित की अवधारणाएँ अपने उपयोग के क्षेत्र से जुड़ी हुई हैं। यह इस तथ्य का परिणाम है कि जब शिक्षार्थी खुले प्रश्नों का जवाब देते हैं तब वह बुनियादी अवधारणाओं की पृष्ठभूमि की भी पड़ताल करते हैं।

अपनी स्वाभाविक प्रकृति के कारण खुले प्रश्न किसी भी स्तर के गणित को पढ़ाने-समझाने वाले शिक्षकों के लिए एक बहुमुखी उपकरण हैं। शिक्षक B, जिन्होंने संख्याओं के ऐसे जोड़े के बारे में पूछा जिनका योगफल 13 हो, की कार्यप्रणाली इतनी सरल है कि यह किसी भी कक्षा के लिए शिक्षण के किसी भी स्तर पर उपयोग की जा सकती है। इसके कुछ उदाहरण प्रस्तुत हैं :

- दो संख्याएँ ज्ञात करें जिनका गुणनफल 1.5 है।
- दो भिन्नों का अन्तर 4/5 है। भिन्नों को ज्ञात करें।
- एक बीजगणितीय व्यंजक ज्ञात करें जिसका गुणनखण्ड $(2x - 3)$ है।
- दो कोणों का युग्म ज्ञात करें जो एक-दूसरे के सम्पूरक हैं।

- दो सदिश (Vector) ज्ञात करें जिनका अदिश (Scalar) गुणनफल 10 है।
- किसी घटना के घटने की प्रायिकता 2/3 है, घटना को ज्ञात करें।
- किसी कोण के साइन (sine) का माप 1/2 है, कोण ज्ञात करें।
- एक ऐसी स्थिति का उदाहरण बताएँ, जहाँ L' Hospital नियम का उपयोग होगा।
- एक अक्रमविनिमेय समूह (non-commutative group) का उदाहरण बताएँ।

ध्यान दें, कि ऊपर दिए गए प्रश्नों के लिए सिर्फ़ अवधारणाओं की समझ होना काफ़ी नहीं है, बल्कि इनके लिए अवधारणाओं को लागू करने और उन्हें कुशलतापूर्वक उपयोग करने की प्रक्रियाओं व कौशल में दक्ष होना भी ज़रूरी है। इसके अलावा इस प्रकार के प्रश्न शिक्षार्थी को अपने जवाब या अपने नज़रिए को तार्किक रूप से सही ठहराने के लिए प्रशिक्षित करते हैं यह उल्लेखनीय लाभ खुले प्रश्नों को बाक़ी क़िस्म के प्रश्नों की तुलना में बेहतर बनाता है।

पारम्परिक प्रकार के बन्द प्रश्नों को पूछने की तकनीक से शिक्षक अच्छी तरह परिचित होते हैं। उदाहरण के लिए, “12 और 15 का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करें”, “5, 13, 26 और 103 का औसत क्या है” आदि। थोड़ी-सी योजना और नवाचार से पारम्परिक प्रस्तुति में कुछ-कुछ बदलाव करके कोई भी व्यक्ति कई तरह के खुले प्रश्न ‘बना’ सकता है। आइए कुछ उदाहरणों की सूची बनाते हैं :

बन्द प्रश्न	**खुले प्रश्न**
पहली तीन प्राकृत संख्याओं का योगफल ज्ञात करें, जो 3 की गुणज नहीं हैं।	तीन प्राकृत संख्याओं, जिनमें से कोई भी 3 की गुणज नहीं हैं, का योगफल 20 है। संख्याएँ ज्ञात करें।
24 और 36 का महत्तम समापवर्तक क्या है?	क्या संख्या 6, 24 और किसी संख्या n का महत्तम समापवर्तक हो सकती है? क्या संख्या 7, 24 और किसी संख्या n का महत्तम समापवर्तक हो सकती है?
एक समलम्ब चतुर्भुज में कितनी सममिति रेखाएँ होती हैं?	एक ऐसे चतुर्भुज का उदाहरण बतलाएँ जिसमें कोई सममिति रेखा न हो।
एक आयत का परिमाप 28 सेंटीमीटर है और उसकी लम्बाई 8 सेंटीमीटर है। क्षेत्रफल ज्ञात करें।	एक आयत का परिमाप 28 सेंटीमीटर है। उसका क्षेत्रफल क्या हो सकता है?
23.45 को निकटतम दहाई तक सन्निकटित करें।	कौन-सी संख्या को निकटतम दहाई तक सन्निकटित करने पर 23.5 उत्तर मिलेगा? अपने जवाब को सिद्ध करके बताएँ।
कौन-सी संख्या बड़ी है, $\frac{1}{\sqrt{3}}$ या $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$?	क्या किसी संख्या का वर्ग उस संख्या से छोटा हो सकता है? अपने जवाब का कारण बतलाएँ।
एक आयत और उसकी भुजाओं की मध्य रेखा बनाएँ। उसका 75% भाग लाल रंग से रंग दें।	एक आयत बनाएँ और उसके 75% भाग को रंग दें। क्या कोई विशिष्ट उत्तर प्राप्त हुआ? समझाएँ।
एक त्रिभुज बनाएँ जिसकी भुजाओं का माप 5 सेंटीमीटर, 6 सेंटीमीटर और 7 सेंटीमीटर है।	किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का माप 5 सेंटीमीटर और 6 सेंटीमीटर है। त्रिभुज बनाएँ और अपने निर्माण का तर्क भी बतलाएँ।
मैनहोल के ढक्कन की आकृति क्या है?	मैनहोल के ढक्कन वृत्ताकार क्यों होते हैं? अपने आसपास की कुछ ऐसी वस्तुओं या उपकरणों की सूची बनाएँ जिनकी आकृतियाँ सीधे उनके उपयोग से सम्बन्धित हों।
द्विघात फलन x^2+4 की सममिति रेखा बतलाएँ।	एक द्विघात फलन बतलाएँ जिसकी सममिति रेखा y अक्ष है।
दर्शाएँ कि द्विघात x^2-9 के मूल (root) प्रारम्भ बिन्दु (origin) से बराबर दूरी पर हैं।	एक द्विघात फलन ज्ञात करें जिसके मूल प्रारम्भ बिन्दु से बराबर दूरी पर हैं।

कुछ और उदाहरणों पर ग़ौर करें :

1. एक द्विघात फलन के लिए इन दो गुणधर्मों के बीच क्या सम्बन्ध है : "अक्ष y सममिति रेखा है" और "मूल प्रारम्भ बिन्दु से बराबर दूरी पर हैं"? किस प्रकार के द्विघात में यह गुणधर्म पाए जाते हैं?
2. मान लीजिए कि $p(x) = x^3 - x^2 + ax + b$। जब $p(x)$ को $x - 2$ से विभाजित किया जाता है तो शेष 12 प्राप्त होता है। क्या इस जानकारी के आधार पर a और b ज्ञात किए जा सकते हैं? अगर नहीं, तो a और b ज्ञात करने के लिए और कौन-सी जानकारी की ज़रूरत है?
3. मान लीजिए कि सम्मिश्र तल (Complex Plane) में बिन्दु $\left\{1 - i, \frac{i}{1-i}\right\}$ के संगत A और B दो बिन्दु हैं। एक सम्मिश्र संख्या z इस प्रकार ज्ञात करिए कि यदि C, z का संगत बिन्दु है, तो ΔABC एक समकोण त्रिभुज हो।

इन उदाहरणों में आपने इस बात पर ग़ौर किया होगा कि *एक खुले प्रश्न के कई जवाब हो सकते हैं*। इस तरह के सवाल, जिनके लिए अपसारी चिन्तन की ज़रूरत पड़ती है, कई तरीक़ों से हल किए जा सकते हैं। खुले प्रश्नों में अपनी प्रक्रिया और उत्तर को सही ठहराने के लिए विचारशील चिन्तन और निर्णय लेने के साथ-साथ खोजी चिन्तन (investigative thinking) की बहुत ज़रूरत होगी।

खुले प्रश्नों (open-ended questions) को शुरुआती प्रश्न (opening questions) समझने की भूल नहीं की जानी चाहिए। शुरुआती प्रश्न प्रस्तुत किए जाने वाले विषय के पृष्ठभूमि ज्ञान, पूर्व के अनुभव व शिक्षार्थी की याद्दाश्त की जाँच करने हेतु महज़ प्रारम्भिक बिन्दु की तरह होते हैं। यद्यपि, कुछ शुरुआती प्रश्न खुले हो सकते हैं, पर अधिकांश शुरुआती प्रश्न बन्द होते हैं। हालाँकि, अनुभव यह बतलाता है कि अगर कक्षा की शुरुआत खुले प्रश्नों से की जाए तो कक्षा में गणितीय संचार को बढ़ावा मिल सकता है।

एक शिक्षक को बन्द प्रश्नों और खुले प्रश्नों के उचित संयोजन का उपयोग करना चाहिए। केवल बन्द प्रश्नों से ही शिक्षण का वास्तविक आकलन नहीं किया जा सकता। *शिक्षक के लिए यह ज़रूरी है कि जब कोई खुला प्रश्न पूछा जाए तो वह विद्यार्थियों के उत्तरों की प्रतीक्षा करें और विद्यार्थियों से जल्दबाज़ी की अपेक्षा न करें।* ऐसा न करने पर शिक्षक सीखने की कठिनाइयों के साथ-साथ शिक्षार्थियों के वैध किन्तु अपसारी चिन्तन के पैटर्न से अवगत होने के अवसरों को खो सकता है।

References:

http://www.nj.gov/education/assessment/es/openended_math_scoring_manual_g34.pdf

http://www.uky.edu/OtherOrgs/ARSI/www.uky.edu/pub/arsi/openresponsequestions/mathorq.pdf

http://books.heinemann.com/math/construct.cfm

http://math.unipa.it/~grim/SiFoong.PDF

http://www.jamesrahn.com/workshops/pdf/Writing%20Open-Ended%20Question%20in%20Math.pdf

---

आर आत्मारमन (एमफिल, एमएड) ने अपने करियर की शुरुआत 1962 में की। उन्होंने एक शिक्षक, हैडमास्टर, शोधार्थी, अकादमिक सलाहकार और गणित-शिक्षण सलाहकार के रूप में कार्य किया है। उन्होंने एसोसिएशन ऑफ मैथ टीचर्स ऑफ इंडिया (AMTI) के सचिव का पदभार भी सँभाला है। उन्होंने कई पुस्तकें लिखी हैं और एनसीईआरटी और तमिलनाडु राज्य बोर्ड के लिए भी पाठ्यपुस्तकें लिखी हैं। वर्तमान में वे *जूनियर मैथेमैटीसियन* के सम्पादक हैं। उनसे athmaramanr@yahoo.com पर सम्पर्क किया जा सकता है।

अनुवाद : कुमार गन्धर्व मिश्र
पुनरीक्षण एवं कॉपी एडीटिंग : कविता तिवारी
सम्पादन : राजेश उत्साही